

**ФИЗИЧЕСКИЕ И МАТЕМАТИЧЕСКИЕ
МОДЕЛИ ТОРНАДО. ТОРСИОННЫЕ МОДЕЛИ
ТОРНАДО.**

Введение

Смерчи, называемые также тромбами или торнадо, - одно из удивительных, грозных, загадочных и разрушительных явлений природы, причина которых до сих пор не разгадана. Вероятность возникновения торнадо увеличивается с ростом термодинамической неустойчивости в сочетании с достаточным для грозы количеством влаги, и при этом в верхней тропосфере должны быть сильные ветры. Иногда торнадо связаны не непосредственно с очагом грозы, а с кучевыми облаками, развивающимися в его окрестности.

Хотя существует большое количество непосредственных наблюдений и даже измерений параметров и условий возникновения этих вихрей, так и нет удовлетворительной математической модели, объясняющей образование и существование их, неизвестны и физические процессы, в них протекающие. Существуют различные типы смерчей, которые отличаются условиями возникновения, масштабами и интенсивностью воздействия на местность.

Гладкие смерчи имеют разнообразную форму, иногда быстроменяющуюся у одного и того же смерча, гладкую устойчивую поверхность, сравнительно небольшой диаметр, вертикальное положение.

Распльвчатые смерчи – низко расположенные широкие смерчи с нерезкими распльвчатыми границами, шириной 0.4 – 1.5 км, продолжительностью несколько часов. Напоминают стремительно вращающиеся облака, почти лежащие на земле, и производящие страшные разрушения.

Групповые смерчи образуются из громадных облаков (в поперечнике 30 – 50 км) в количестве до нескольких десятков штук.

Водяные смерчи, как правило, слабее и медленнее, чем наземные. Почти все они разрушаются, попадая на сушу. Воронкообразный вихрь распространяется на десятки или сотни метров от кучевого облака к поверхности воды. Диаметр водяного смерча от нескольких метров до сотен метров. Давление воздуха внутри смерча, как и во всех случаях, понижено. Отмечены случаи подъема воды сплошным столбом до высоты 6 м.

Формы и размеры водяных смерчей разнообразны и изменчивы.

Огненные вихри – это смерчи, чьи порождающие их облака созданы массовым выделением тепла от пожаров или вулканических извержений. Облака, как правило, недолговечны и на расстоянии 5 – 6 км от источника тепла исчезают. С ними исчезают и вихри.

Смерч-вихри внешне близки к смерчам и отличаются от них последовательностью своего зарождения. У смерча облако рождает воронку, а смерч-вихрь сам создает воронку и облако. Разрушительная сила смерч-вихря значительно слабее, чем у смерча. Причиной смерч-вихря могут быть большие пожары, вызывающие громадные огненно-дымовые колонны. Имеются успешные опыты по получению искусственных смерч-вихрей. В частности, Дж. Дессен с помощью нескольких мощных нефтяных горелок сумел создать кучево-дождевое облако, из которого пошел дождь, и возникли воронки, ставшие небольшими смерчами.

Существует еще целая группа вихрей, которые похожи на смерчи, но общим между ними является лишь спиральное вращение вокруг вертикальной оси. Возникают они в нагретом воздухе земли, иногда при полностью безоблачном небе и не имеют к грозам никакого отношения, в отличие от смерчей. Это вихри пыльные, водяные, воздушные, снежные, вулканические, огненные. Они гораздо слабее и меньше, чем смерчи, и распространены очень широко. Возникают они в восходящих потоках воздуха, и физические и математические модели этого явления достаточно понятны.

Атмосферные явления, связанные со смерчами, типичны для гроз. Это ливни, гром, град, электрические явления. Однако, наличие вращающейся воронки добавляет дополнительные звуковые эффекты от мощного шипения и свиста до грохота мчащихся поездов и пушечной канонады.

Электрические явления очень многочисленны. Это и разнообразного вида молнии, которые или окружают воронку смерча или вспыхивают внутри ее, перескакивая со стенки на стенку, а иногда вся поверхность воронки светится желтоватым сиянием. Какие-то светящиеся облака, вращающиеся огненные кольца.

Шары, пятна, столбы и др.- так сообщают наблюдатели. Чаще, чем обычно, наблюдаются шаровые молнии.

Град, сопровождающий смерчи, часто значительно крупнее, чем при обычной грозе. Зафиксированы градины окружностью 45 см и даже крупнее. Смерчевые ливни, капли и струи сливаются в единый поток, напоминающий водопад и смывающий все на своем пути - крупные валуны и деревья, и вымывающий ямы до 1.5 м глубиной.

При всей опасности оказаться внутри полости смерча, имеется ряд случаев наблюдения ее людьми. Это бывает, когда смерч иногда отрывается от земли, как бы перепрыгивает через невольных наблюдателей. Вот примеры таких наблюдений.

«Большой лохматый конец воронки повис прямо над моей головой. Кругом все было неподвижно. Из конца воронки шел гудящий, шипящий звук. Я взглянул вверх и, к своему удивлению, увидел само сердце смерча. В его середине была полость диаметром 30 – 70 м, шедшая кверху на расстояние около километра. Стены полости были образованы вращающимися облаками, а сама она была освещена непрерывным блеском молний, зигзагом перескакивавших с одной стены на другую. Полость была совершенно пустой, и только туманные образования двигались вверх и вниз. Смерч двигался медленно, и у меня было время хорошо увидеть все, внутри и снаружи». (Канзас, 1931 г.)

В 1951 г. в Техасе смерч, подходя к наблюдателю, прыгнул, поднялся на 6 м и прошел над его головой. Ширина внутренней полости была около 130 м, толщина стенки – всего 3 м. В середине полости светилось голубым светом прозрачное облако. Стенки быстро вращались; вращение было видно до самого верха и, очевидно, уходило в облако. Когда смерч прошел над головой наблюдателя и снова опустился на землю, то коснулся дома соседа и в одно мгновение смахнул его.

Группа студентов, отдыхавшая в окрестностях города Линкольна в штате Небраска, не обратила внимание на низкое грозовое облако, неожиданно надвинувшееся на них из-за деревьев. Когда они подняли головы, над ними проносился смерч. Все, что они успели рассмотреть, «имело вид громадного пустого цилиндра, ярко освещенного внутри блеском молний. Шум был как от жужжания

десяти миллионов пчел, а рев не поддавался описанию». К счастью студентов, этот цилиндр не опустился на них.

Последнее наблюдение было сделано 26 мая 1963 г. около города Оклахома-Сити двумя служащими в радарной станции: «Внешняя сторона воронки была гладкая, непрерывная и определенно круглая в поперечном сечении. В то же время хорошо ограниченной внутренней стены не было, не было и видимых признаков пустого пространства внутри воронки. Вся полость внутри внешней оболочки была наполнена хлопьевидными облаками. Эти хлопья турбулентно двигались и изменялись на фоне правильного вращения всей воронки. Не было никакого рева, единственный звук – свист бури».

Это описание имеет сходства и отличия от предыдущих. Основное отличие – неясность внутренней поверхности стенок воронки. Стенки смерчей, по-видимому, бывают двух видов. Одни отличаются гладкой резко ограниченной поверхностью. У других наружная поверхность нечеткая, расплывчатая. Причины этого не вполне ясны, но можно предположить, что во втором случае смерчем является само материнское облако, из-за низкого расположения к земле не сформировавшее воронку.

Анализ наблюдений смерчей показывает, что первопричиной их является кучево-дождевое облако, сопровождающееся мощной грозой. В нижней части облака возникает спиральный вихрь диаметром в несколько километров, из которого опускается вниз одна или несколько воронок с хвостообразными или колонновидными отростками-вихрями иногда повисающими в воздухе, иногда достигающими поверхности земли.

Сейчас, по-видимому, общепризнано представление о том, что воронка является частью материнского облака, которое по структуре и динамике является аналогом тропического урагана, но гораздо меньшего размера, с характерным «оком бури» и вращением по спирали снизу вверх. Воронка, свисающая из кучевого облака, сравнительно просто устроена, она состоит из внутренней полости и стенок.

Характерной особенностью внутренней полости является разряжение, иногда достигающее почти одной атмосферы. Это служит причиной взрыва объектов, наполненных воздухом при обычном давлении, при попадании их внутрь воронки. Дома в этом случае разлетаются на мелкие кусочки, а в редких случаях из них вылетают лишь окна и двери.

В сельскохозяйственных районах США имеются многочисленные случаи, когда стены и крыши курятников полностью разрываются и исчезают, а мертвые куры остаются на насестах. Загадкой представлялись случаи, когда куры были полностью ощипаны. Позже выяснилось, что у кур корни перьев заключены в воздушные мешочки, и когда эти мешочки взрывались, то перья выбрасывались.

Есть доказательства, что внутренняя поверхность стенки смерча очень плотная и резко отграничена от полости. Например, далеко от разрушенной фермы находили кур, ощипанных с половины туловища. Это можно объяснить только в случае, когда внутренняя полость смерча пришлась только на половину тела птицы.

Разрушения, которые производят смерчи, фантастичны по масштабам. В воздух взлетают целые дома, вагоны, мосты, рушатся до фундамента каменные здания, церкви, толстые деревья ломаются, как спички. Подробности трагедий нет смысла пересказывать, так как зафиксированы тысячи случаев громадной разрушительной силы смерчей-торнадо [22]. Наибольшее количество смерчей регистрируется в США – до 900 в году.

Вполне понятно, что вопросу изучения торнадо, его возникновению и развитию посвящено гигантское количество теоретических и экспериментальных работ, поскольку человечеству необходимо найти защиту от этого грозного явления. Многие работы хорошо моделируют наблюдаемые факты.

Глава 3.1. НАБЛЮДАТЕЛЬНЫЕ И ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ АСПЕКТЫ ТОРНАДОГЕНЕЗИСА

Эта глава опирается на исследования, в которых анализировалась векторная форма уравнения вихря, представленного в форме тензора в прямоугольных

координатах, вместо обычно используемого уравнения в проекции на вертикальную ось. Уравнение в проекции скрывает "физическую" сущность наклона, поскольку в этой форме члены, описывающие наклон, завуалированы, что приводит к недоразумениям.

Хотя некоторые авторы (Лемон и Досуэлл [10], Старр [18]) считают, что завихренность в торнадо вызывается соленоидальными и диффузионными слагаемыми в соответствующих уравнениях, думается, что торнадо приобретает свою громадную завихренность вследствие усиления первоначальной завихренности за счет совместного влияния слагаемых, описывающих конвергенцию и наклон. Соленоидальная часть движения играет второстепенную роль в циклонах мезометеорологического масштаба (радиусом 2-5 км) (см., например, [14]) и в непосредственной близости к торнадо, интенсивная деформация вследствие дифференциального вращения будет препятствовать формированию сильного соленоидального поля. Как будет показано ниже, наблюдаемый градиент в циклонах типа торнадо может быть следствием структуры поля скоростей, а не непосредственного влияния поля скоростей. Думается также, что диффузия не является существенным механизмом для концентрации завихренности в торнадо [11]. По указанным соображениям слагаемые, описывающие соленоиды и диффузию, в работе не учитываются. Результаты проведенного анализа используются для объяснения некоторых особенностей торнадо.

В прямоугольных координатах, вращающихся с угловой скоростью Ω , векторное уравнение вихря имеет вид

$$\frac{dw_\alpha}{dt} = (w_\alpha \cdot \nabla)v - (\nabla \cdot v)w_\alpha - \nabla_\alpha \times \nabla_\rho + v\nabla^2 w \quad (1)$$

где $\omega_\alpha = \omega + 2\Omega$ - абсолютный вихрь, $\omega = \nabla \times v$ - относительный вихрь, $\alpha = 1/\rho$, где ρ - плотность. Первое слагаемое в правой части, если его записать в покомпонентной форме, будет содержать члены, часть которых взаимно уничтожается с членами из второго слагаемого. Остающиеся члены от первого и второго слагаемых описывают кручение (или наклон) и конвергенцию, а третье и четвертое слагаемые в правой части описывают соленоиды и диффузию соответственно.

Комбинируя уравнение (1) с уравнением неразрывности

$$\frac{d\alpha}{dt} = \alpha \nabla \cdot v_0 \quad (2)$$

Можно получить уравнение Бельтрами

$$\frac{d}{dt}(\alpha w_\alpha) = (\alpha w_\alpha \cdot \nabla)v \quad (3)$$

в котором члены, описывающие закручивание и наклон, объединены в один, а соленоидальный и диффузный члены в силу высказанных соображений опущены.

В отсутствие притоков тепла и диффузии в частице сохраняется величина θ_w – потенциальная температура смоченного термометра, т.е.

$$\frac{d\theta_w}{dt} = 0 \quad (4)$$

Применяя оператор градиента к уравнению (4), получим

$$0 = \nabla \frac{d\theta_w}{dt} = \frac{d}{dt}(\nabla \theta_w) + (\nabla \theta_w \cdot \nabla)v + \nabla \theta_w \times w \quad (5)$$

Из (3) и (5) следует

$$\frac{d}{dt}(\alpha w_\alpha \cdot \nabla \theta_w) = 0 \quad (6)$$

Это уравнение сохранения потенциального вихря [6, с.383].

Дальнейшие следствия из уравнений (3) и (4) можно получить, переписав их в тензорной форме в декартовых координатах.

После алгебраических преобразований (3) и (5) можно переписать в тензорной форме

$$\frac{d}{dt}(\alpha w_k) = (\alpha w_j) D_{jk} \quad (7)$$

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{d\theta_w}{dx_k} \right) = - \frac{\partial \theta_w}{\partial x_j} G_{jk} \quad (8)$$

где индексы пробегает значения 1,2,3 и под дважды повторяющимся индексом понимается суммирование (обычная для тензоров символика Эйнштейна).

Тензор градиента скоростей $G_{jk} = \partial v_j / \partial x_k$, фигурирующий в (8), может быть записан в виде суммы симметричного тензора напряжений и антисимметричного (вращательного) тензора в матричном представлении:

$$\Omega_{jk} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial v_j}{\partial x_k} - \frac{\partial v_k}{\partial x_j} \right) = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 0 & -\zeta_3 & \zeta_2 \\ \zeta_3 & 0 & -\zeta_1 \\ -\zeta_2 & \zeta_1 & 0 \end{bmatrix} \quad (9)$$

Заметим, что (7) и (8) и ряд других уравнений могут трактоваться как матричные уравнения для вектор-строки (столбца) и операции умножения слева (справа).

Уравнение (7) нужно исследовать в покомпонентной форме для выяснения, как в нем представлены члены, описывающие конвергенцию и наклонение вихревых трубок. Вертикальная компонента (7) записывается в виде

$$\begin{aligned} \frac{1}{2} \frac{d}{dt} (\alpha w_3) &= \frac{1}{2} \left(\frac{dv_3}{dx_2} - \frac{dv_2}{dx_3} \right) \left(\frac{dv_1}{dx_3} + \frac{dv_3}{dx_1} \right) + \frac{1}{2} \left(\frac{dv_1}{dx_3} - \frac{dv_3}{dx_1} \right) \\ &\left(\frac{dv_2}{dx_3} + \frac{dv_3}{dx_2} \right) + w_3 \frac{dv_3}{dx_3} = \frac{dv_1}{dx_3} \frac{dv_3}{dx_2} - \frac{dv_2}{dx_3} \frac{dv_3}{dx_1} + w_3 \frac{dv_3}{dx_3} \end{aligned} \quad (10)$$

так что недиагональные элементы D_{jk} описывают закручивание, а диагональные в сочетании с $-\omega_k d \ln \alpha / dt$ из левой части (10) описывают конвергенцию. Заметим, что "закручивающие" члены в (10) генерируют вихри с вертикальной осью в областях, где одновременно имеются и деформация сдвига, и ненулевая завихренность в плоскости (x_1, x_3) или (x_2, x_3) . Рассматривая частный случай $\omega_1 = 0, \omega_2, \omega_3 > 0$ из соображений симметрии, мы видим, что закручивающий член также растягивает и изгибает вихревые трубки с того момента, когда закручивающий член увеличивает ω_2 и ω_3 . Интенсификация вихря, обусловленная растяжением, получается применением к обеим частям (7) скалярного умножения на вектор ω :

$$\frac{1}{\alpha |w|} \frac{d}{dt} (\alpha w_k w_k / 2) = \frac{w_j D_{jk} w_k}{|w|} \quad (11)$$

Обобщая метод Петерсена [13], определим трехмерную функцию "фронтотенеза" для любой консервативной характеристики, например такой, как θ_ω следующим образом [12]:

$$F = \frac{d |\nabla \theta_w|}{dt} = \frac{\nabla \theta_w}{|\nabla \theta_w|} \frac{d}{dt} (\Delta \theta_w) \quad (12)$$

Из (12) и (8) найдем

$$F = -\frac{1}{|\nabla\theta_w|} \frac{d\theta_w}{dx_j} G_{jk} \frac{d\theta_w}{dx_k} = -\frac{1}{|\nabla\theta_w|} \frac{d\theta_w}{dx_j} D_{jk} \frac{d\theta_w}{dx_k} \quad (13)$$

Последнее равенство написано вследствие того, что антисимметричная часть Ω , т.е. G_{jk} , не вносит вклада; значит, уравнения (11) и (13) подобны: усиление завихренности и интенсивность фронтогенеза описываются одним и тем же тензором - тензором напряжений. Уравнения (7) и (8) также имеют нечто общее, а именно скорость изменения завихренности в частице и компоненты градиента температуры описываются похожими слагаемыми. Эта связь становится ясной, если заметить, что

$$(\alpha \omega_j) \Omega_{jk} = 0 \quad (14)$$

Складывая (7) и (14), получим

$$\frac{d}{dt} (\alpha w_k) = (\alpha w_{jk}) G_{jk} \quad (15) \text{ Уравнение}$$

(15) имеет с точностью до знака тот же вид, что и (8); изменение знака требует условия сохранения потенциального вихря. Основное отличие уравнения (7) от уравнения (8) помимо знака состоит в том, что вращательный тензор действует на θ_w и не влияет на вихревое поле.

В окрестности произвольной точки поля ветра можно аппроксимировать линейной функцией:

$$v_i = (v_i)_0 + \frac{dv_i}{dx_j} dx_j \quad (16)$$

где $(v_i)_0$ - скорость в выбранной точке. Для изучения кинематики фронтогенеза Петерсен [13] использовал двумерное поле скорости. В двумерном случае линейное поле скорости позволяет в ряде простых случаев найти точное решение: при постоянном переносе, постоянной дивергенции, постоянной завихренности, постоянной деформации сдвига и постоянной деформации сжатия (рис. 1); эти случаи взаимно независимы, так как они представляют четыре элемента тензора G_{jk} . Данный подход можно обобщить на трехмерный случай изучения вихрегенеза. Локальное поле

скорости полностью определяется переносом и восемью зависимыми величинами - тремя компонентами вихря ζ_1, ζ_2 и ζ_3 , тремя деформациями сдвига $2d_{12}, 2d_{23}$ и $2d_{13}$, дивергенцией, возникающей в потоке, движущемся параллельно оси x_3 , т.е. d_{33} , и, наконец, деформацией сжатия в плоскости x_1, x_2 , т.е. $\varepsilon = d_{11} - d_{22}$. В принятой системе координат d_{33} означает "вертикальную дивергенцию", а ε - горизонтальную деформацию сжатия, но только на тот момент, в который определена ориентация осей системы координат. При вращении координатных осей ни одна из указанных восьми величин не является инвариантом. Фактически инвариантами, имеющими четкий физический смысл, являются кубическое расширение и модуль вектора вихря. Уравнение неразрывности ($\nabla \cdot v = d \ln \alpha / dt$) проявляется в диагональных элементах, и, значит, все компоненты g_{jk} тензора G_{jk} , однозначно определены. Заметим, что след матрицы G_{jk} и есть кубическое расширение $d \ln \alpha / dt$. Таким образом,

$$G_{jk} = \begin{pmatrix} \frac{\alpha + \hat{E}}{2} & d_{12} - \frac{1}{2}\zeta_3 & d_{13} + \frac{1}{2}\zeta_2 \\ d_{12} + \frac{1}{2}\zeta_3 & \frac{\delta - \hat{E}}{2} & d_{23} - \frac{1}{2}\zeta_1 \\ d_{13} - \frac{1}{2}\zeta_2 & d_{23} + \frac{1}{2}\zeta_1 & d_{33} \end{pmatrix} \quad (17)$$

где $\delta = d_{11} + d_{22}$ - горизонтальная дивергенция. Изменения формы первоначального объема под действием течений различного вида показаны на рис.2.

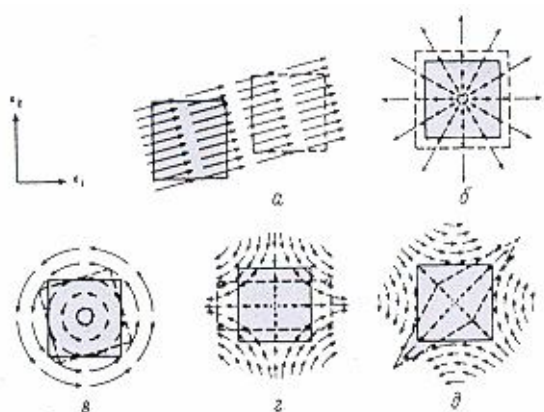


Рис.1

Типы плоских движений: а - трансляция (перенос); б - дивергенция; в - вихревое движение (завихренность положительная); г - деформация растяжения; д - деформация сдвига. Во всех случаях первоначальная область - квадрат; пунктиром показаны его изменения.

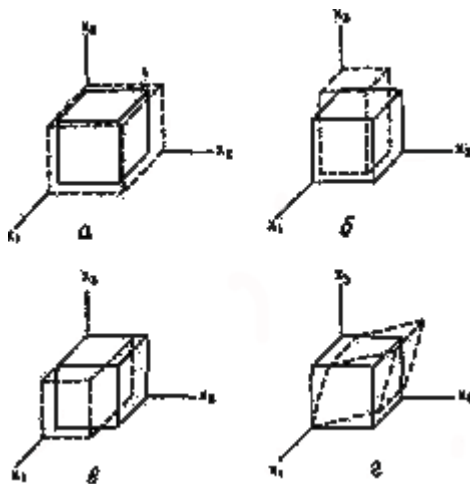


РИС. 2

Деформация куба: а - кубическое расширение $dln\alpha/dt$, б - горизонтальная конвергенция, в - горизонтальная деформация растяжения, г - вертикальная деформация растяжения, d_{23} . Эффект завихренности (не показан) сводится к вращению куба как твердого тела вокруг некоторой оси. Если изэнтропические поверхности в начальный момент горизонтальны, то влияние указанных деформаций на поверхности $\theta_\omega = \text{const}$ проявляется в перестановке верхних и нижних граней куба. Увеличение трех компонент вихря приводит к изменению положения вершин куба и длин ребер. Во всех случаях вершина в начале координат остается неподвижной.

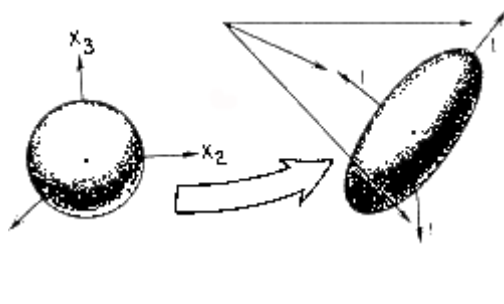


РИС. 3. Деформация сферы в эллипсоид в трехмерном линейном поле скорости.

1 - главные оси деформации.

Линейное поле скоростей делает элементы матрицы D_{jk} (в дальнейшем просто \mathbf{D}) постоянными величинами при условии, что матрица \mathbf{D} не зависит от времени (именно такое допущение и делается в данном исследовании). В силу симметричности матрицы \mathbf{D} ее собственные числа $\lambda^{(r)}$ действительны, и если все они различны, то собственные векторы $[n^{(r)}_1, n^{(r)}_2, n^{(r)}_3]^T$ взаимно ортогональны и матрицу \mathbf{D} легко привести к диагональному виду [8]. Так как собственные векторы определяются с точностью до постоянного множителя, то их можно нормировать, используя условие $n^{(r)}_i \cdot n^{(r)}_i = 1$.

Ортонормированные векторы образуют базис в трехмерном пространстве; направления векторов называются главными направлениями, или главными осями (рис. 3 из статьи [6, с. 157]). Так как матрица \mathbf{D} диагонализуется, то существует квадратная ортогональная матрица \mathbf{P} , такая, что $\mathbf{P}^T \mathbf{D} \mathbf{P} = \mathbf{D}'$, где \mathbf{D}' - диагональная матрица ($\mathbf{P}^{-1} = \mathbf{P}^T$; \mathbf{T} - символ транспонирования). Пусть e_1, e_2, e_3 - ортонормированный базис исходной системы, e'_1, e'_2, e'_3 - ортонормированная система базисных векторов, которые определяют главные оси, и пусть $\mathbf{u} = \mathbf{P} \mathbf{u}'$, где u_i и u'_i - i -я координата произвольного вектора в этих двух системах координат. Легко показать, что из соотношения $\mathbf{D} \mathbf{v} = \lambda \mathbf{v}$ следует $\mathbf{D}' \mathbf{v}' = \lambda \mathbf{v}'$, так что матрицы \mathbf{D} и \mathbf{D}' имеют одни и те же и собственные значения и характеристические уравнения. Коэффициенты при λ^2, λ^1 и λ^0 , т.е. след матрицы, определители второго порядка $(d_{ii} d_{jj} - d_{ij} d_{ji})/2$ и определитель системы инвариантны относительно вращения осей. Далее, так как линейное преобразование \mathbf{P} преобразует единичный вектор в штрихованной системе координат в нормированный вектор матрицы \mathbf{D} , то столбцы матрицы \mathbf{P} являются собственными векторами матрицы \mathbf{D} , т.е. $\rho_{ij} = n_i^{(j)}$.

Кроме того, произведение $(e_j, e'_j) = \rho_{ij}$ так что ρ_{ij} (или $n_i^{(j)}$) есть просто косинус угла между j -м собственным вектором матрицы \mathbf{D} и i -й осью исходной системы координат.

Уравнение (7) можно переписать в векторной форме, если применить к обеим частям операцию транспонирования:

$$\frac{d}{dt} \begin{pmatrix} w_1 \\ w_2 \\ w_3 \end{pmatrix} = D \begin{pmatrix} w_1 \\ w_2 \\ w_3 \end{pmatrix} \quad (18)$$

Умножение слева на \mathbf{P}^{-1} дает

$$\frac{d}{dt} \begin{pmatrix} w'_1 \\ w'_2 \\ w'_3 \end{pmatrix} = D' \begin{pmatrix} w'_1 \\ w'_2 \\ w'_3 \end{pmatrix} \quad (19)$$

где \mathbf{D}' - диагональная матрица $\mathbf{P}^{-1}\mathbf{D}\mathbf{P}$; диагональные элементы суть собственные числа матрицы \mathbf{D} . Уравнение (19) представляет собой систему несвязанных дифференциальных уравнений в лагранжевой форме; ее решение имеет вид

$$\begin{pmatrix} w'_1(t) \\ w'_2(t) \\ w'_3(t) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} w'_1(0) \exp(\lambda^{(1)}t) \\ w'_2(0) \exp(\lambda^{(2)}t) \\ w'_3(0) \exp(\lambda^{(3)}t) \end{pmatrix} \quad (20)$$

Умножая слева обе части на \mathbf{P} , получим

$$\begin{pmatrix} w_1(t) \\ w_2(t) \\ w_3(t) \end{pmatrix} = \sum_{r=1}^3 \begin{pmatrix} n_1^{(r)} \\ n_2^{(r)} \\ n_3^{(r)} \end{pmatrix} w'_r(0) \exp(\lambda^{(r)}t) \quad (21)$$

Решения для транспонированного уравнения (8) можно получить точно таким же путем, если матрица \mathbf{G}^T_{jk} имеет действительные и различные собственные числа. Заметим, что эта матрица будет симметричной только в том случае, если поле ветра потенциально ($\text{rot } \mathbf{v} = 0$).

Тот факт, что матрица \mathbf{D} диагонализуется, имеет важный физический смысл. При линейном поле скорости соответствующим образом выбранное вращение координатных осей полностью уничтожает члены, описывающие изгиб (наклон). И наоборот, если жидкость несжимаема ($d_{11} + d_{22} + d_{33} = 0$), координатные оси могут вращаться так, что в новой системе координат члены, описывающие конвергенцию, исчезают (при линейном поле скорости) (т.е. новый тензор деформации имеет нулевые диагональные элементы). Смысл этого утверждения сводится к необходимости очень осторожно давать физическую интерпретацию слагаемым, описывающим конвергенцию и закручивание в уравнении для вертикальной компоненты вихря скорости.

Глава 3.2. ВИХРЕГЕНЕЗИС

Для изучения кинематики вихрегенезиса в линейном поле скорости использовалась гипотеза независимости от времени невращательной части движения, что позволило получить решения уравнения (7), описывающего эволюцию вращательной части поля скорости. Очевидно, что в реальных условиях наступает момент, когда завихренность становится слишком велика для поддержания постоянства невращательной части, однако использованное приближение проливает свет на физический процесс и является не большим ограничением, чем использовал в своей работе Ротунно [17]. В ней автор решал уравнение для вертикальной компоненты вихря скорости ζ , задавая поле вертикальной скорости и линеаризуя слагаемые, описывающие наклон.

Для двумерного (горизонтального) потока невязкой несжимаемой жидкости из уравнения (7) следует, что $d\omega_3/dt = 0$; это значит, что в каждой частице вертикальная компонента вихря сохраняется. Таким образом, вертикальные движения являются необходимым условием для образования торнадо - факт, установленный десятилетия назад.

Эффект кубического расширения завихренности в частице легко видеть из уравнения (7), приравняв правую часть нулю. В этом случае $\alpha \omega_k = \text{const}$, так что расширяющаяся (или сжимающаяся) воздушная частица теряет (приобретает) завихренность в соответствии с законом сохранения углового момента.

Хорошо известны устойчивые решения уравнений движения, полученные Бюргерсом [2], Ротта [16] и Куо [9] для одноячейкового вихря (см. Девис-Джонс и Кеслер [4]). Поскольку горизонтальный поток не зависит от высоты, меридиональное и вращательное движения оказываются несвязанными и увеличение завихренности в частице, когда она движется внутрь ячейки к оси вращения, описывается приближенно уравнением (7) при условии

$$D = \begin{bmatrix} \delta/2 & 0 & 0 \\ 0 & \delta/2 & 0 \\ 0 & 0 & -\delta \end{bmatrix}; \quad (\alpha w_\alpha)(0) = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ (\alpha w_3)(0) \end{bmatrix} \quad (22)$$

Уменьшение завихренности вследствие диффузии, которая локально уравнивает усиление завихренности за счет конвергенции (растяжения), не отражено в уравнении (22), так же как не отражена и меняющаяся в горизонтальной плоскости деформация сдвига, которая присутствует в устойчивом решении. Однако последняя не влияет на решение уравнения (7), поскольку слагаемое, описывающее наклон, равно нулю, а ω_1 и ω_2 остаются нулями в течение всего времени. Следовательно, вращательная и невращательная части движения принципиально не связаны, и матрицу \mathbf{D} во всех практических приложениях можно считать не зависящей от времени в решениях Бюргера - Ротта и Куо.

Решение уравнения (22) имеет вид

$$\omega_1(t) = \omega_2(t) = 0; \quad (\alpha \omega_3)(t) = (\alpha \omega_3)(0)\exp(-\delta t) \quad (23)$$

Значит, при неучете диффузии завихренность в частице растет экспоненциально с инкрементом, равным горизонтальной конвергенции поля скорости, в котором находится вихрь. В соответствии с теоремой Гельмгольца поток вихря вдоль вихревой трубки постоянен вдоль длины трубки, и в невязкой баротропной жидкости вихревые трубки "заморожены". Следовательно, вихревая трубка, определяющая ядро торнадо (радиусом r) в момент $t = \tau = -\ln(\omega_3(\tau)/\omega_3(0))/\delta$ (время, необходимое для увеличения завихренности от начального значения у подстилающей поверхности до значений, необходимых в торнадо), имеет начальный радиус $r_0 = r_c \sqrt{\omega_3(\tau)/\omega_3(0)}$. При $r_c = 50$ м, $\omega_3(\tau) = 4\text{с}^{-1}$, $\delta = -2 \cdot 10^{-3} \text{с}^{-1}$, $\omega_3(0) = 10^{-4} \text{с}^{-1}$. Соответствующее время развития торнадо в конвергирующем внизу потоке синоптического масштаба до стадии сильного торнадо составляет 88 мин при начальном радиусе 10 км (изменениями α пренебрегалось). Заметим, что при $\delta < 0$ (как в данном случае) ненулевая в начальный момент завихренность будет экспоненциально убывать со временем.

Исключим теперь эффект негоризонтального закручивания, рассмотрев следующий частный случай матрицы:

$$D = \begin{bmatrix} 0 & 0 & d_{13} \\ 0 & 0 & d_{23} \\ d_{13} & d_{23} & 0 \end{bmatrix} \quad (24)$$

с нулевой начальной завихренностью по вертикали (т.е. $\omega_3(0) = 0$). Вращая систему координат вокруг вертикальной оси, можно добиться того, что d_{13} обратится в нуль. Теперь можно направить ось x_2 в плоскости, проходящей через ось деформации сдвига по вертикали. Такая ситуация применима к ранней стадии роста облака в некоторых ранних трехмерных численных моделях, в которых сдвиг ветра по высоте линейен и не меняется по направлению, а кориолисово ускорение не учитывается (например, [20]). Решение уравнения (7) при условии, что только d_{23} и d_{32} отличны от нуля, можно записать в виде

$$\begin{aligned} (\alpha w_1)(t) &= (\alpha w_1)(0), \\ (\alpha w_2)(t) &= (\alpha w_2)(0)Chd_{23}t + (\alpha w_3)(0)Shd_{23}t, \\ (\alpha w_3)(t) &= (\alpha w_3)(0)Shd_{23}t + (\alpha w_2)(0)Chd_{23}t \end{aligned} \quad (25)$$

За достаточно большой промежуток времени вектор вихря в частице в поле линейной скорости, вращаясь в плоскости x_2, x_3 , наклоняется, асимптотически приближаясь к углу 45° к вертикали, а завихренность в частице при этом экспоненциально растет с инкрементом d_{23} . В частном случае $\omega_3(0) = 0$ слагаемое, описывающее изгиб, действует как источник завихренности по вертикали, что вызывает дополнительный рост завихренности благодаря сжатию вихря. Само по себе слагаемое, описывающее сдвиг, не может отклонить больше чем на 45° вихревую трубку, расположенную в начальный момент горизонтально. В статье Ротунно [17], где рассматривается квазилинейное уравнение для вертикальной компоненты вихря скорости, учитывается особенность эффекта изгибания; во всех других работах по изучению сильных штормов эффекты изгибания не учитываются. При $\omega_2(0) = 2 \cdot 10^{-3} \text{ с}^{-1}$, что является характерным значением для вертикального сдвига ветра в окрестности сверхъячейкового шторма и при $d_{23} = 10^{-2} \text{ с}^{-1}$, внутри ячейки (это значение получено на основании наблюдений с помощью доплеровского радара) время, необходимое для достижения завихренности, наблюдаемой в торнадо (но теперь ось вихря наклонена под углом 45°), и определяемое формулой $\tau = \text{ArCh}[|\omega(r)|^2/\omega_2(0)]/2d_{23}$, составляет 13 мин (диссипация не учитывается). Геометрическая картина процесса поясняется рис. 1, г и д. Начальный квадрат в жидкости со сторонами, параллельными осям x_2, x_3 , деформируется в ромб той же

площади; при этом направления диагоналей не меняются. Если жидкость несжимаемая и начальная завихренность горизонтальна, то увеличение завихренности просто пропорционально удлинению сторон ромба. Когда ромб деформируется, его стороны поворачиваются, наклоняясь под углом 45° к вертикали. Заметим, что компоненты напряжения вдоль оси x_1 в этом случае равны нулю (т.е. напряжения есть только в плоскости). Перед развитием шторма изэнтропические поверхности ($\theta_\omega = \text{const}$) горизонтальны с потенциальной неустойчивостью ($\partial\theta_\omega/\partial x_3 < 0$), простирающейся от поверхности до середины тропосферы (~ 600 мб). В соответствии с уравнением (8) постоянная деформация сдвига по вертикали рассматриваемого поля движения будет изгибать изэнтропические поверхности в направлении осей расширения (угол 45° в плоскости x_2, x_3) и увеличит градиенты θ_ω , тогда как интенсификация поля вихря будет вращать поверхности вокруг вектора вихря. При

$\omega_2(0) > 0$ и $d_{23} > 0$ немедленно возникнут отрицательная компонента градиента θ_ω по оси x_1 и положительная по оси x_2 . В условиях сохранения потенциального вихря (уравнение (6)), если $\omega_3(0) = 0$ и $\nabla\theta_\omega$ направлен в начальный момент по вертикали, компонента градиента θ_ω вдоль вектора вихря останется все время равной нулю.

Прежде чем перейти к общему случаю, заметим, что в формуле (22) \mathbf{D} подобна матрице

$$B = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 0 & \delta & \delta \\ \delta & 0 & \delta \\ \delta & \delta & 0 \end{bmatrix} \quad (26)$$

так как $\mathbf{D} = \mathbf{P}^T \mathbf{B} \mathbf{P}$, где ортогональная матрица

$$P = \begin{bmatrix} -1./\sqrt{2} & -1/\sqrt{6} & 1/\sqrt{3} \\ 1./\sqrt{2} & -1/\sqrt{6} & 1/\sqrt{3} \\ 0 & 2/\sqrt{6} & 1/\sqrt{6} \end{bmatrix} \quad (27)$$

(см. [8, с. 48]). Таким образом, вихревые линии будут осесимметрично закручиваться вокруг оси, составляющей угол $\arccos(1/\sqrt{3}) \approx 55^\circ$ с вертикалью точно так, как и в вышеописанном случае (исключая угол наклона), хотя теперь слагаемые, определяющие конвергенцию, равны нулю и в (22) слагаемые, описывающие изгиб, также равны нулю. Заметим, что в этом случае напряжения действуют по всем трем

направлениям в противоположность предыдущему решению (25), где они плоские и не могут характеризовать поля течений торнадо.

Для завершения исследования линейного поля скоростей нужно рассмотреть математические преобразования в штрихованной системе координат (т.е. косоугольной), в которой тензор напряжений имеет только ненулевые диагональные элементы (жидкость несжимаемая):

$$D = \begin{bmatrix} \frac{\delta' + \varepsilon'}{2} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{\delta' - \varepsilon'}{2} & 0 \\ 0 & 0 & -\delta' \end{bmatrix} \quad (28)$$

В этом случае решение (20) для уравнения (19) запишется в виде

$$\begin{aligned} w'_1(t) &= w'_1(0) \exp[(\delta' + \varepsilon')t/2], \\ w'_2(t) &= w'_2(0) \exp[(\delta' - \varepsilon')t/2], \\ w'_3(t) &= w'_3(0) \exp[-\delta't] \end{aligned} \quad (29)$$

Если $\delta' < 0$, то компонента вихря вдоль x_3 увеличивается со временем, так как $\omega_3(0) \neq 0$ и другие две компоненты убывают. Таким образом, в этом примере вихревые трубки будут "искать" ось x'_3 , т.е. ту главную ось деформации, которая ближе всего к вертикали; при этом знак ω'_3 определяется знаком $\omega'_3(0)$. Если же оба указанных неравенства не выполняются, потенциальная часть потока больше не управляется "стоком" и завихренность увеличивается сильнее всего в направлении одной из других главных осей деформации.

Градиент потенциальной температуры смоченного термометра в частице и завихренность в ней связаны уравнениями (6) и (8). Компонента градиента θ_ω , вдоль оси растяжения уменьшается со временем, а компонента вдоль оси сжатия растет. Кроме того, чтобы быть перпендикулярным вектору вихря, вектор $\nabla \theta_\omega$ должен вращаться вокруг него.

Невращательная часть линейного трехмерного поля скоростей имеет пять независимых компонент — слишком много для того, чтобы рассмотреть все возможные варианты. Поэтому рассмотрим случай, когда деформации растяжения и сдвига в горизонтальном направлении равны нулю (т.е. $d_{11} - d_{22} = 0$ и $d_{12} = 0$) и направим оси x_1 и x_2 так, чтобы обращался в нуль коэффициент d_{13} . Если к такой

модели применимо уравнение неразрывности несжимаемой жидкости, то тензор напряжения можно записать в виде

$$D = \begin{bmatrix} \frac{\delta}{2} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{\delta}{2} & d_{23} \\ 0 & d_{23} & -\delta \end{bmatrix} \quad (30)$$

Пусть $\mu = -2d_{23} / \delta$, т.е. μ характеризует отношение деформации сдвига по вертикали к дивергенции по горизонтали. Для значений параметра μ , равных 0; 1 и ∞ , главная ось растяжения лежит в плоскости (x_2, x_3) и наклонена к вертикали под углами 0; 17 и 45° соответственно.

Глава 3.3. ФИЗИЧЕСКИЙ ПОДХОД К АНАЛИЗУ ТОРНАДО. СТАНДАРТНЫЕ МОДЕЛИ.

Приближение линейного поля скорости будет справедливо, если годограф скорости ветра прямой (т.е. вектор сдвига в окружающем возмущение воздухе не поворачивается с высотой). В этом случае сильные штормы стремятся разделиться на две части; одна часть движется вправо от вектора сдвига, а зеркально отраженная часть шторма - влево [20]. Направим горизонтальные оси x_1 и x_2 параллельно и перпендикулярно вектору сдвига. До шторма направление вектора вихря совпадало с осью x_2 , а вектор $\nabla \theta_w$ был направлен вниз (в нижней тропосфере). В начальной стадии в шторме наблюдаются только восходящие потоки, которые поднимают вверх изгиб первоначально горизонтальной вихревой трубки, формируя вертикальную вихревую пару, циклоническую справа от восходящего потока и антициклоническую слева (см. рис. 3 в работе Ротунно [17]). Циклонический и антициклонический вихри пары изгибаются с высотой в направлении друг к другу; эта пара особенно четко проявляется на средних высотах в тропосфере. Восходящий поток разделяется, и движущийся справа (слева) восходящий поток на средних уровнях приобретает достаточно интенсивное вращение, чтобы быть названным мезомасштабным циклоном (антициклоном). По-видимому, центры этих мезомасштабных циркуляции расположены вблизи ядер восходящих потоков,

слегка изгибаясь с высотой, так как конвергенция (вначале слабая, поскольку она отсутствует в линеаризованном уравнении для вихря) увеличивается и превосходит значение слагаемых, описывающих изгиб (хотя на этой стадии они еще играют существенную роль), так как они отклоняют ось вращения втекающих воздушных частиц от горизонтального положения.

Некоторая асимметрия в атмосфере, вызванная циклоном, может интенсифицировать циркуляцию и привести к образованию облака, порождающего воронку, и даже торнадо, если в нижних слоях атмосферы имеется достаточно сильная завихренность. Похоже, что на конечной стадии в мезомасштабном циклоне развивается интенсивный нисходящий поток. Если перед штормом нет завихренности с вертикальной осью, как в ряде численных моделей, то до того, как нисходящий поток достигнет (земной) поверхности, воздух в мезомасштабном циклоне близ поверхности не приобретет завихренность по вертикали, поскольку он движется внутрь шторма параллельно поверхности и поэтому никогда не изгибается. Таким образом, если начальная завихренность, по вертикали играет небольшую роль в образовании больших торнадо (на что указывают данные наблюдений), то затем нисходящий поток, хотя и дивергентный, существенно влияет на опускание ветров разрушительной силы, так как этот поток приносит к поверхности частицы с нулевой завихренностью по вертикали, которые последовательно могут вытягиваться в восходящем потоке и образовывать вихревой столб, опускающийся до поверхности. Будет ли опускающийся поток холоднее окружающего воздуха и насыщен влагой (как это постулируется в работе Лемона и Досуэлла [10]) или же теплее и далек от насыщения, не имеет значения для процесса формирования торнадо. Заметим также, что отток из нисходящего потока увеличивает конвергенцию в нижних слоях в окрестности восходящего потока. На этой стадии развития процесса слагаемые, описывающие изгиб, становятся сопоставимыми со слагаемыми конвергенции, и центры циркуляции мигрируют от близко расположенной к ядру восходящего потока точки к точке, разделяющей восходящий и нисходящий потоки, и циклон с высотой изгибается все сильнее. Вряд ли большинство торнадо формируется вблизи центров циркуляции, и опускающийся

воздух с низкими значениями θ_w справа от мезомасштабного циклона формирует "ясную прорезь" в облаках позади фронта порывистости [10]. Иногда ясная прорезь располагается позади спиралевидных дождевых полос (серповидное эхо от радара), которые как бы обволакивают торнадо с тыла. Торнадо формируется там, где одновременно имеются заметные градиенты вертикальной скорости и θ_w (рис. 4). Но в восходящем потоке [15] с большим запасом энергии (т.е. частицы, которые вытягиваются и затем формируют торнадо, не могут располагаться выше 1 - 2 км). Когда воздух с низким значением θ_w расстилается на поверхности, то он препятствует (окклюдирует) движению мезомасштабного циклона и приглушает торнадо, которое все больше и больше изгибается так, что в потоке вокруг него увеличивается дивергенция. Обычно торнадо деформируется в длинный, искривленный, похожий на жгут вихрь, наклоненный под углом примерно 45° к горизонту, и, наконец, разрушается под действием неустойчивостей, типичных для волновых процессов. Тем временем может развиться ядро нового мезомасштабного циклона справа и впереди от старого ядра вблизи точки окклюзии во вновь образовавшемся восходящем потоке перед формирующимся фронтом порывистости.

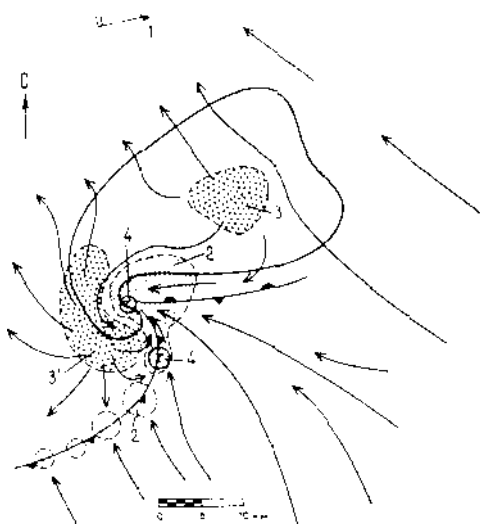


РИС. 4. Вид в плане на изолированный движущийся вправо сверхячейковый шторм вблизи поверхности. Показано положение фронта порывистости (обычные значки, обозначающие фронт) и тыловые нисходящие потоки. 1 -

направление и скорость перемещения шторма; 2 - области восходящих потоков; 3 - область нисходящих движений впереди шторма; 3' - то же в тылу шторма; 4 - центры циклонической завихренности. Нижнее T указывает место, где формируется ядро нового мезомасштабного циклона, когда старое разрушается (по материалам из [10]).

При таком вновь сформированном ядре мезомасштабного циклона торнадо может опять возникнуть в той же самой штормовой системе. Последовательные ядра таких циклонов и торнадо могут формироваться и достигать поверхности быстрее и быть более интенсивными, чем первое ядро и первое торнадо, так как от первого цикла остается у поверхности завихренность в вертикальном направлении.

Пронесшийся над Юнион-Сити (шт. Оклахома) 24 мая 1973 г. шторм торнадо сформировался и эволюционировал именно так, как описано выше. Годограф в окружающем воздухе был практически одного направления, за исключением слабого поворота с высотой по часовой стрелке в нижних слоях, что может объяснить, почему движущийся вправо вихрь был более интенсивен, чем движущийся влево [7]. Доплеровский радар показал, что торнадо было наклонено влево от направления перемещения шторма со средним наклоном от поверхности до верхних слоев примерно $25 - 30^\circ$ [1]. Торнадо сформировалось на правой стороне тыловой части восходящего потока, и наблюдатели отмечали ясную прорезь, движущуюся циклонически от его тыловой части. С точки зрения кинематики, рассмотренной в разд. 3, эти наблюдения позволяют предположить, что изгиб и конвергенция являются одинаково важными в образовании сильного разрушительного торнадо, которое происходит вдоль линии максимального напряжения и вследствие сохранения потенциального вихря находится вне неразделяющегося восходящего потока. Если бы конвергенция играла главную роль в торнадогенезисе, то торнадо формировалось бы от имеющейся у поверхности земли вертикальной завихренности (вначале она на порядок меньше, чем горизонтальная завихренность у поверхности) в ядре восходящего потока, и торнадо не имело бы наклона. У опытных наблюдателей торнадо складывается впечатление, что только облака, в которых формируются воронки и узкие торнадо, возникают до

того, как нисходящий поток достигает земли (случай, изученный Девисом-Джонсом и др. [4]). В случае вращения годографа по часовой стрелке [15] данные показывают, что торнадо не находится в ядре восходящего потока, протянувшегося от поверхности земли до высоты 7 км. Торнадо в Юнион-Сити имело заметный наклон и не было расположено на границе области слабого эха (обозначавшего максимум восходящего потока).

Суммируя, можно сказать, что для объяснения наблюдаемой последовательности явлений, предшествующих и сопровождающих образование больших торнадо, нужно предположить наличие горизонтальной завихренности нисходящего потока и изгибающего напряжения (в дополнение к восходящему потоку и конвергенции). Очевидно также, что такие важные прогностические признаки, как глубокая конвекция, условная неустойчивость и сильный сдвиг ветра, имеют существенное значение для развиваемой здесь теории торнадо [21].

Анализ теоретических и экспериментальных результатов по изучению торнадо, однако, не дает ответа на вопрос о том, откуда берется, как накапливается эта совершенно невероятная энергия, проявляющаяся в этом довольно частом земном явлении. Возникшая неизвестно откуда эта энергия в сопровождении электрических явлений превращается в гигантскую кинетическую энергию воздушных и других вовлеченных масс вещества земли.

По-видимому, надо искать другие подход и другие гипотезы о механике данного явления, чем попытки объяснения его взаимодействием различных воздушных масс воздуха.

Еще в конце XIX и начале XX века была выяснена связь между солнечной активностью и физическими явлениями на Земле. Вот некоторые из них [23]:

1. Напряженность земного магнетизма. Магнитные бури и их частота
2. Степень ионизации верхних слоев атмосферы
3. Колебания напряженности атмосферного электричества
4. Частота и интенсивность грозовой деятельности
5. Количество тепловой радиации

6. Частота бурь, ураганов, смерчей. При максимальной активности Солнца частота бурь, ураганов и смерчей максимальна

Активность Солнца определяемая по солнечным пятнам, фактически характеризуется числом громадных вихревых протуберанцев в фотосфере Солнца. Солнечные пятна представляются вихрями подобными смерчам на море с воронкообразными расширениями на вершине. Движение вещества в таких вихрях совершается снизу вверх, образуя восходящий вихрь. Скорость движения вещества очень велика, и несущиеся в вихре газы движутся по спирали увеличивающегося радиуса. Причина, вызывающая вихревые движения фотосферной материи до конца не выяснены. В этом описании есть много похожего с явлением торнадо.

Несомненно одно, если есть связь между вихрями на Солнце и торнадо на Земле, значит и причина этих явлений может быть одинакова и может быть внешней как для Солнца, так и для Земли. Можно предположить, что «завихренность» - есть фундаментальное свойство нашей вращающейся, расширяющейся Вселенной, возникшей из Ничего, особенно если вспомнить о спиральных галактиках.

Литература

1. *Brown R.A., Lemon L.R., Burgess D.W.* Tornado detection by pulsed Doppler radar. *Mon. Wea. Rev.*, **106**, 29 - 38, 1978
2. *Burgers J.M.* A mathematical model illustrating the theory of turbulence. *Advan. Appl. Mechan.*, 1, 197 - 199, 1948
3. *Davies-Jones R.P.* Tornado dynamics. Chapter X, *Thunderstorms: A social, scientific and technological documentary: Part Two*, E. Kessler (Ed.), U.S. Government Printing Office, Washington D.C., 1981
4. *Davies-Jones R.P., Burgess D.W., Lemon L.R.* An atypical tornado producing cumulonimbus. *Weather*, **31**, 336 - 347, 1976
5. *Davies-Jones P.P., Kessler E.* Tornadoes. Chapter 16 (pp. 552 - 595). *Weather and Climate Modification*, W.N. Hess (Ed.), John Wiley and Sons, New York, 842 pp., 1974
6. *Dutton J.A.* *The Ceaseless Wind*. McGraw-Hill, New York, 579 pp., 1976.
7. *Klemp J.B., Wilhelmson R.B.* Simulations of right- and left-moving storms produced through storm splitting. *J. Atmos. Sci.*, **35**. 1097 - 1110, 1978
8. *Kolman B.* *Elementary linear algebra (2nd Edition)*. Macmillan Pub. Co., New York, 314 p., 1977
9. *Kuo H.L.* On the dynamics of convective atmospheric vortices. *J. Atmos. Sci.*, **23**. 25 - 42, 1966
10. *Lemon L.R., Doswell C.A.* Severe thunderstorm evolution and mesocyclone structure as related to tornadogenesis. *Mon. Wea. Rev.*, **107**, 1184 — 1197» 1979
11. *Lewellen W.S.* Theoretical models of the tornado vortex. *Proceedings, Symposium on Tornadoes: Assessment of Knowledge and Implications for Man*, Lubbock Texas, Texas Tech. University, 107 - 143, 1976.
12. *Miller J.E.* On the concept of frontogenesis. *J. Meteor.*, **5**, 169 - 171, 1948.
13. *Petterssen S.* *Weather Analysis and Forecasting. Vol. I (2nd Edition)*, McGraw-Hill, New York, 428 pp., 1956
14. *Ray P.S.* Vorticity and divergence fields within tornado storms from dual-

Doppler observations. *J. Appl. Meteor.*, **15**, 879 - 890, 1976

15. *Ray R.S., Hane C.E., Davies-Jones P.P., Alberty R.L.* Tornado-parent storm relationship deduced from a dual-Doppler radar analysis. *Geophys. Res. Lett.*, **3**, 721 - 723, 1976

16. *Rott N.* On the viscous core of a line vortex. *Z. Angew. Math. Physik*, **109**. 577 - 586, 1958.

17. *Rotunno R.* On the evolution of thunderstorm rotation. *Mon. Wea. Rev.*, **109**. 577 - 586, 1981

18. *Srarr V.P.* The tornado mechanism and its possible artificial duplication. *Revista Italiana di Geofisica*, **23**, 267 - 271, 1974.

19. *Tennekes H., Lumley J.L.* A First Course in Turbulence. The MIT Press, Cambridge Mass, 300 p., 1972

20. *Wilhelmson R.B., Klemp J.B.* A numerical study of storm splitting that leads to long-lived storms. *J. Atmos. Sci.*, **35**, 1974 — 1986, 1978

21. *Девис-Джонс Р.П.* Интенсивные атмосферные вихри. М., Мир, 1985

22. *Наливкин Д.В.* Смерчи. М., Наука, 1984

23. *Чижевский А.Л.* Земное эхо солнечных бурь. М., Мысль, 1976, 368с.